



Coperta: Cristian FLORESCU, Ana NICOLAE

Brian Clegg SCURTĂ ISTORIE A INFINITULUI

Traducere din limba engleză

VLAD LUPESCU

ANTICIPATIA



CUPRINS

| | |
|-------------------------------------|-----|
| Mulțumiri..... | 7 |
| 1. Spre infinit și mai departe..... | 9 |
| 2. Numărând pe degete..... | 13 |
| 3. O matematică diferită..... | 27 |
| 4. Puterea numărului..... | 42 |
| 5. Absolutul..... | 57 |
| 6. Simbolizarea infinitului..... | 68 |
| 7. O privire sub cover..... | 89 |
| 8. Taina indivizibilă..... | 105 |
| 9. Războaiele fluxiunii..... | 117 |
| 10. Paradoxurile infinitului..... | 143 |
| 11. Săpat în piatră..... | 154 |
| 12. Gândind negânditul..... | 174 |
| 13. Ordin versus cardinali..... | 184 |
| 14. Infinitatea infinităților..... | 189 |
| 15. Nebunie și luciditate..... | 204 |
| 16. Infinitesimalele..... | 225 |
| 17. La infinit..... | 233 |
| 18. Fascinație nemărginită..... | 255 |



1

SPRE INFINIT ȘI MAI DEPARTE

„În acest univers de necrezut în care trăim nimic nu este absolut. Chiar și liniile paralele, atunci când ajung la infinit, se intersectează.“

PEARL S. BUCK, *A Bridge for Passing*

Conceptul de infinit este atât de extraordinar, atât de misterios încât, contemplându-l, cel puțin doi mari matematicieni au ajuns în pragul nebuniei.

În *Ghidul autostopistului galactic* Douglas Adams descrie cum, la redactarea introducerii, autorii acestui ghid fictiv s-au lăsat purtați pe aripile imaginației:

„«Spațiul», scrie acolo, «este mare. Mare cu adevărat. Nici nu vă vine să credeți cât de năucitor de mare este. Adică, s-ar putea să vi se pară lung drumul până la farmacie, dar asta nu înseamnă nici cât negru sub unghie pentru întregul spațiu. Ascultați...» și așa mai departe.

(După o vreme, stilul se mai potolește puțin și cartea începe să vă spună lucruri de care aveți nevoie...)“¹

¹ Douglas Adams, *Ghidul autostopistului galactic*, trad. Eugen Dumitrescu, ed. a 2-a, București, Nemira, 2014.



Infinitul face ca spațiul să pară neînsemnat.

Și totuși ne întâlnim cu acest concept anevoios zi de zi. Fiicele mele nu aveau mai mult de 6 ani atunci când, începând să numere din ce în ce mai rapid, sfârșeau prin rostirea unor cuvinte nedeslușite urmate de strigătul triumfal „Infinit!”. Și chiar dacă infinitul face ca spațiul să pară neînsemnat, atunci când încercăm să ne gândim la ceva atât de vast ca universul, „infinit” este termenul cel mai potrivit pentru a-l descrie care ne vine în minte.

Oricine depășește limitele matematicii elementare va avea de-a face cu micul simbol ∞ (deși vom vedea că acest 8 bețiv căzut în șanț nu reprezintă infinitul real, ci doar un impostor fantomatic). Fizicienii, cu o nepăsare care-i dă fiori matematicianului, fac abuz de concept. Pe când studiam fizica în ultimul an de școală, o vorbă mult uzitată spunea că „suportul pentru felii de pâine prăjită este la infinit”. Cuvintele se refereau la o clădire din apropiere, parte din *Manchester Catering College*, construită în forma unui gigantic suport pentru felii de pâine prăjită. (Asemănarea este una intenționată, un rar exemplu de umor în arhitectură. Clădirea de peste drum, privită de sus, arată ca un ou prăjit). Noi foloseam cărămizile acestei ingenioase structuri arhitectonice pentru a focaliza instrumentele optice, iar prin „infinit” înțelegeam că se află „îndeajuns de departe pentru a spune că este infinit de îndepărtată”.

Infinitul fascinează pentru că ne oferă posibilitatea de a medita la ceva aflat dincolo de preocupările cotidiene, la ceva care le depășește pe toate, un subiect care ne lărgeste orizontul gândirii. Când apare în joc, e ca și cum simțul comun ne-ar părăsi. Iată o cantitate care, răsturnând cu susul în jos întreaga aritmetică, face ca $1 = 0$ să pară pe de-a-ntregul admisibil, o cantitate care ne îngăduie să înghesuim oricâți nou-sosiți ne-am dori într-un hotel deja plin. Și mai ciudat ca orice altceva, este ușor de arătat că trebuie să existe ceva mai mare decât infinitul, care desigur, s-ar cuveni să fie cel mai mare lucru posibil.

Deși matematica este știința cea mai abstractă, când se ajunge la infinit cu greu pot fi evitate aprecieri de natură spirituală. Contemplând infinitul, în încercarea de a dovedi sau de a respinge existența a ceva superior, a ceva mai mare decât universul fizic, oamenilor le este aproape imposibil să ocolească chestiuni teologice. Conceptul de infinit are în mod straniu mai multe proprietăți în același timp. Este și practic, și misterios. Oamenii de știință și inginerii îl folosesc bucuroși pentru că este util, dar îl privesc ca pe o taină, ca pe ceva care își îndeplinește funcția fără ca ei să înțeleagă cum, având cu el aceeași relație pe care cei mai mulți dintre noi o au cu computerul sau telefonul mobil.

Atitudinea matematicienilor este una diferită. Pentru ei considerațiile moderne despre infinit zguduie din temelii confortabila lume tradițională în același sens în care fizicienii au resimțit spulberarea de către fizica cuantică a viziunii clasice și ordonate asupra mecanismelor lumii. Fără prea multă tragere de inimă, oamenii de știință s-au văzut nevoiți să se confrunte cu noțiuni legate de particule care călătoresc înapoi în timp sau se găsesc simultan în două stări opuse. Ca oameni ei nu pot înțelege de ce lucrurile stau așa, dar ca oameni de știință ei știu că acceptând aceste noțiuni sunt ajutați să prevadă evenimente viitoare. Așa cum marele fizician al secolului XX, Richard Feynman, s-a adresat într-o conferință unui public profan:

„Este datoria mea a vă convinge să nu renunțați pentru că nu înțelegeți. Vedeți, nici studenții mei la fizică nu înțeleg. Și asta pentru că eu însumi nu înțeleg. Nimeni nu înțelege.”¹

Noțiunea de infinit ne oferă la rândul ei un tulburător amestec de obișnuit și contraintuitiv.

¹ Richard Feynman, *QED: The Strange Theory of Light and Matter*, Penguin, 1990.



Toate acestea fac ca infinitul să fie un subiect captivant și nebulos, care poate fi asemănat cu un cerb zărit în adâncimea desișului unei păduri. O frumusețe care te ține pe loc îți atinge privirea, dar imediat vei începe să te îndoiești dacă ai văzut ceva aievea. Apoi, pe neașteptate, pentru câteva secunde efemere, magnifica vietate va păși maiestuos înaintea ochilor tăi.

O problemă importantă este de a depăși hățișul de simboluri și jargon în care matematicienii ascund infinitul. Existența jargonului este justificată, fiind lipsit de simț practic ca să tratăm subiectul fără a recurge la astfel de incantații cvasimagice, dar le vom putea lămuri îndeajuns sensul pentru ca ele să nu ne mai stea în cale. După aceea vom deschide o vedere deslușită asupra celei mai remarcabile dintre creaturile matematice – un concept care depășește cu mult ideea de numere și care ne obligă să punem sub semnul întrebării înțelegerea pe care o avem asupra realității.

Bun venit în lumea infinitului!



2

NUMĂRÂND PE DEGETE

„Auzind de la Anaxarh că există o infinitate de lumi, Alexandru a izbucnit în plâns; fiind întrebat de prieteni dacă l-a lovit vreo nenorocire, el le-a răspuns: «Nu credeți a fi vrednic de plâns că din atâtea lumi câte sunt noi nu am cucerit încă nici una?»¹»

PLUTARH, *Despre liniștea minții*

A înșirui în succesiune o secvență numerică este una dintre deprinderile pe care le avem încă din copilărie. Suntem atât de obișnuiți cu progresia simplă și treptată a numerelor, încât ne poate fi neașteptat de greu să-i întrerupem seria. Numărați cu voce tare de la 1 la 10 în franceză (sau în orice limbă străină cunoașteți fără a fi însă foarte fluent) pe cât de repede puteți. Acum încercați să numărați invers, de la 10 la 1, păstrând aceeași viteză. Efectul va fi de cele mai multe ori șovăielnic, ritmul fiindu-ne întrerupt de bâjbâiala după numărul care urmează. Încercând să întoarcem pe dos înrădăcinata progresie, ne vom vedea prinși pe picior greșit.

Secvențele numerice reprezintă o parte integrantă a culturii, adesea ca obiect principal al versurilor pentru copii, dintre care cele mai

¹ Brewer's Dictionary of Phrase and Fable, Millenium Editions, Cassell, 1999.



simple nu sunt decât mijloace mnemotehnice venite în sprijinul primelor noastre încercări de a număra:

- O alună, două trei
- Veveriță tu nu vrei?
- Ba vreau patru, cinci și șase,
- Că lunele-s gustoase.
- Îți dau șapte, opt și nouă
- Dac-o să ne spui și nouă
- Când o să ajungă-ncoace
- Iarna cu zece cojoace.

Ritmul hipnotic și repetitiv ne ajută să așezăm fiecare număr la locul lui:

- Unu, doi, trei, patru, cinci
- În țtari și cu opinci
- Șase, șapte, opt, nouă, zece
- Ia uite la el cum trece.

La fel de utile sunt cântece precum *Cele zece sticle verzi*, unde, pentru a face deprinderea numerelor mai flexibilă, numărătoarea este inversă.

Dar versurile cu numere nu se rezumă doar să ne înlesnească deprinderea fundamentelor numărătorii, tipurile mai sofisticate adăugând seriei numerice un simbolism. Este greu să nu resimțim puterea numerelor degajându-se dintr-un cântecel ca *Prevestirea coțofenelor*. Acest tip tradițional de cântec, familiar copiilor din Regatul Unit al anilor 1970 din tema muzicală a emisiunii TV *Coțofana*, atribuie numărului coțofenelor (uneori al ciorilor) văzute simultan o semnificație prevestitoare, aici fiind vorba mai mult de ghicitul viitorului decât de numărătoare.

Spectacolul TV folosea prima parte a unei variante des întâlnite, adaptate să sune mai pudic:

Una de-ai fost trist, doi te-ai bucurat.
Trei pentru o față și patru pentru-un băiat.
Cinci pentru argint, șase pentru aur.
Șapte pentru o taină păzită de balaur.
Opt pentru o dorință, nouă pentru sărutare
Zece pentru însurătoare.

Însă această versiune timpurie din Lancaster este de un realism mai accentuat:

Una pentru mânie, două pentru fericire
Trei pentru o nuntă și patru pentru naștere
Cinci pentru avere, șase pentru sărăcie
Șapte pentru o vrăjitoare și opt pentru o putoare
Nouă pentru-nmormântare, zece pentru dănțuire
Unsprezece pentru Anglia, doisprezece pentru Franța.¹

Mulți copii dezvoltă o atracție irezistibilă pentru numărare. Odată ce și-au însușit numeralele, nu este ceva ieșit din comun ca părinții să-i implore să înceteze, după ce ei și-au petrecut o grămadă de vreme numărând din ce în ce mai departe. Poate că intenția lor este să ajungă până la capăt, la „numărul cel mai mare“, o misiune pe care nu o vor putea îndeplini niciodată, căci și dacă și-ar petrece întreaga viață numărând, se vor găsi la fel de departe de țintă. Copiii se pare că sunt fascinați de ordine, de structura simplă a unui șir elementar și progresiv așa cum este cel al numerelor.

Este specific naturii omenești să aprecieze ordinea, să vadă tipare chiar și acolo unde nu sunt. Privind stelele, ne imaginăm că ele

¹ Brewer's Dictionary of Phrase and Fable, ed. cit.



alcătuiesc constelații, forme care le-ar uni punctele luminoase într-o configurație, dar de fapt între ele nu există nicio legătură. Să ne gândim doar la constelația sudică Centaurul. Steaua sa cea mai strălucitoare, Alpha Centauri, este cel mai aproape de a noastră, găsindu-se la doar patru ani-lumină distanță; următoarea ca strălucire, Beta Centauri (sau Agena), se găsește la 392 de ani-lumină distanță, fiind cu mai mult de 90 de ori mai îndepărtată. Noi atribuim greșit o legătură unor obiecte separate de aproximativ 1 797 552 000 000 de kilometri.

Soarele este cu mult mai aproape de Alpha Centauri decât de Agena, și totuși cu greu ne-am putea închipui că Soarele și Alpha Centauri alcătuiesc o configurație. Între Alpha și Beta Centauri nu există o legătură mai mare decât ar exista între Houston și Cairo doar pentru că se află la aproximativ aceeași latitudine. Încercând să ordoneze nenumăratele puncte care pâlpâie pe cer, ochii și creierul ne fac să detectăm în mod înșelător tipare.

Le căutăm în primul rând pentru că ne ajută la recunoaștere. Creierul nostru simplifică formele complexe ale unui prădător sau ale altui chip omenesc, percepute din direcții și de la distanțe diferite, în tipare care ne permit să acționăm corespunzător. Și așa cum le căutăm în obiectele fizice care ne înconjoară, la fel ne place să o facem și în cazul numerelor, puține fiind mai simple și mai ușor de perceput decât cel al seriei de întregi 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Elipsa de la final, cele trei puncte „...”, reprezintă o prescurtare utilizată și în afara granițelor matematicii, dar trebuie să fim puțin atenți la sensul pe care îl are aici. În folosirea obișnuită ea înseamnă doar „și așa mai departe”, dar matematicienii, mai meticuloși decât cei mai mulți dintre noi, o înțeleg ca „și așa mai departe, fără niciun sfârșit”. Nu există niciun punct în care să se poată spune că seria s-ar opri, ea merge neîncetat mai departe, tot mai departe.

Din primele zile ale explorării științifice a naturii și minții, astfel de șiruri numerice au fost studiate cu fascinație. Ele sunt cele dintâi apariții în peisajul matematicii, de o bogăție și o diversitate